**Прокопьев Константин Эдуардович, группа 19350**

**Отчет о выполнении второго задания**

**по вычислительной аэрогидродинамике.**

1. **Задание**

С помощью схемы Лакса–Фридрихса и одной из схем 2-го порядка (Лакса–Вендроффа, Маккормака, любой другой по выбору) методом установления в квазиодномерной постанов- ке, при двух наборах параметров, рассчитать стационарное течение сжимаемого газа в канале переменного сечения A(x):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

с помощью явной и не явной схем.

1. Параметры на входе и выходе из канала для течения без образования ударных волн:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Параметры на входе и выходе из канала для течения с ударной волной:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

При таких значениях параметров скачок должен находиться в расширяющейся части канала при x = 0.75. Величины перед скачком (индекс L) и после скачка (индекс R):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Условие прекращения итераций задавать в виде

* Проверить устойчивость и сходимость схем на последовательности измельчающихся сеток.
* Сравнить с точным решением.
* Как ведут себя осцилляции решения, полученного с помощью схемы 2-го порядка, при уменьшении или увеличении шага по времени?
* Подготовить отчет.

**Сдать задание до 15 декабря.**

1. **Реализация программы**

Программа была написана на языке программирования С++ в редакторе VSCode и скомпилирована компилятором g++ с использованием стандарта C++17. Для построения графиков использовалась программа gnuplot.

1. **Сходимость и устойчивость**

Все схемы при увеличении числа пространственных разбиений стремятся к аналитическому решению (рис. 1 – 6). На графиках видно, что решения, полученные по схемам Лакса-Фридрихса постепенно сходятся с аналитическим решением. Решения по схеме Маккормака сходятся очень быстро, что видно на графике ошибок (рис. 7).

Для решения с разрывом, схема Маккормака имеет лишний скачек на малых числах разбиений, однако на высоких очень быстро стремится к точному решению. Около скачка есть осциляции, модуль осциляций меняется не сильно, но характерная длина сокращается с ростом числа разбиений. Схемы Лакса-Фридрихса при малых числах разбиения сильно не похожи на точное решение, но с ростом стремятся к нему.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.1. 1-шаговая схема Лакса-Фридрихса | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.2. 2-шаговая схема Лакса-Фридрихса | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.3. Схема Маккормака | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.4. Сглаженная схема Маккормака | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.5. 1-шаговая схема Лакса-Фридрихса | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.6. 2-шаговая схема Лакса-Фридрихса | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.7. Схема Маккормака | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.8. Сглаженная схема Маккормака | |

Все схемы устойчивы при dx/dt>=10, но наименьшие ошибки при равенстве. Однако при больших N схема Маккормака расходится.

1. **Сравнение решений для разных схем с точным**

На рис. 7 представлены графики ошибки численного решения в точке x = 0.5. Для решений по схемам Лакса-Фридрихса ошибки убывают пропорционально 1/N. Для схемы Маккормака ошибка убывает не равномерно, а на больших N и вовсе увеличивается. Однако ошибка для решения со скачком убывает примерно, как 1/N.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Рис.9. Ошибки | |

1. **Осцилляции в решении по схеме Маккормака**

В решениях по схеме Маккормака наблюдаются осцилляции перед и после скачка. Осцилляции почти не меняются по модулю, но меняется их продолжительность: при меньших dt осциляции становятся длиннее в пространстве. При очень малых dt схема перестает сходиться к точному решению.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис.10. Осцилляции с ростом dt | |

1. **Вывод**

Простые схемы Лакса-Фридрихса устойчивы при dx/dt >=10, сходятся к точному решению, но при малых N совсем не соответствуют точному решению. Ошибка при этом убывает как 1/N.

Схема Маккормака даже при малых N дает хорошее решение, так же устойчива при dx/dt>=10, но при больших N начинает расходиться. Ошибка на несколько порядков меньше, чем в других схемах.

Однако в решении по схеме Маккормака возникают осцилляции около скачка. Пространственный размер осцилляций увеличивается с уменьшением dt. Модуль осцилляций почти не изменятется.

При помощи введения в схему искусственной вязкости осциляции в схеме Маккормака можно уменьшить или вовсе убрать, однако тогда ошибка на скачке увеличивается.